

В.Г. ИВАНОВ, канд. техн. наук, зав. кафедрой информатики и вычислительной техники НЮАУ им. Я Мудрого (г. Харьков)

ПРОЦЕДУРНЫЕ И СТРУКТУРНЫЕ МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЕЙ СПЕКТРА ХААРА

Відзначається актуальність задачі синтезу пристроїв спектрального аналізу з використанням таких базисних функцій, що дозволяють мінімізувати як кількість обчислювальних операцій, так і обсяг апаратури. Показано, що аналіз і синтез сигналів у базисі узагальнених функцій Хаара можна проводити з мінімальними обчислювальними витратами, але класичні структури таких перетворень є дуже надлишковими. Проведено декомпозицію цих структур і запропонована безнадлишкова структура обчислювачів спектра Хаара.

Актуальность проблемы. Методы и устройства цифровой обработки сигналов (данных различной физической природы) становятся или уже стали постоянной составляющей современных информационных и компьютерных технологий, а анализ спектра, наряду с линейной фильтрацией, является пожалуй, одной из основных операций обработки сигналов. [1, 2, 3, 4].

При этом специальное устройство или вычислительная программа, применяемые для анализа спектра сигнала в обобщенном базисе, выполняют операции в соответствии с формулой [5]:

$$S(p) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} S(x)\eta(p, x), \quad \text{где } p=0, 1, \dots, N-1. \quad (1)$$

Из этой формулы следует, что независимо от конкретной реализации обобщенный анализатор может быть представлен в виде N -канального коррелятора входного сигнала $S(x)$ с функциями $\eta(p, x)$. Схема такого устройства приведена на рис. 1.

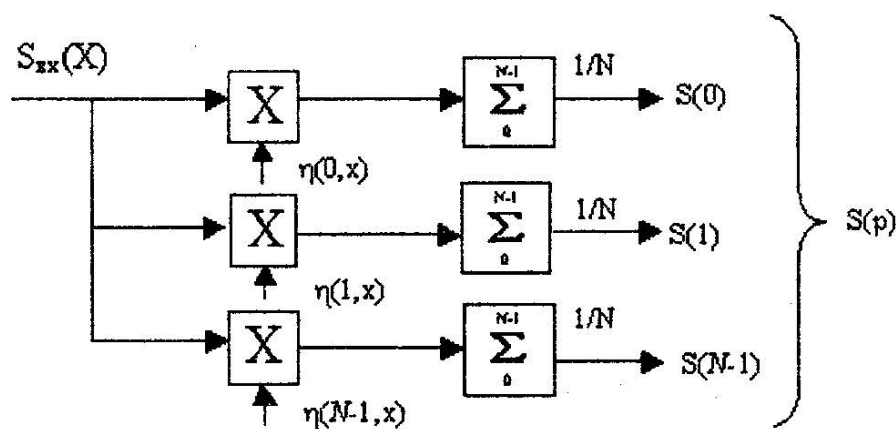


Рис. 1. Представление анализатора спектра в виде коррелятора

На выходе каждого p -го канала такого коррелятора к моменту окончания вычислений будет выдаваться число, равное отсчету спектра $S(p)$.

Реализация анализатора в таком виде при большом N вызывает серьезные трудности. Это связано прежде всего с громоздкостью такого анализатора, выполненного как специализированное устройство, или с очень большим объемом вычислений, если анализатор реализуется в виде вычислительной программы.

Поэтому очень актуальной является задача синтеза устройств спектрального анализа с использованием таких базисных функций $\eta(p, x)$, которые позволяют минимизировать как количество вычислительных операций, так и объем аппаратуры.

В [6] показано, что анализ и синтез сигналов в базе обобщенных функций Хаара можно проводить с минимальными вычислительными затратами. Так, например, из анализа любого алгоритма быстрого преобразования Фурье следует, что для вычисления спектра по дискретному

массиву из N чисел необходимо осуществить $\frac{N}{2} \log_2 N$ операций

комплексного сложения и умножения. Быстрое преобразование Уолша-Адамара с упорядочением по Уолшу осуществляется за $N \log_2 N$ операций сложения и вычитания, что существенно больше $2(N-1)$ операций, которое дает быстрое преобразование Хаара.

Постановка задачи и ее решение. При проектировании специализированных вычислительных устройств, реализующих алгоритмы быстрых обобщенных преобразований Фурье, первым делом встает вопрос о выборе структуры — однопроцессорной или многопроцессорной [7, 8].

В общем случае моделируемая система (МС) (рис. 2) (или моделируемый процесс) состоит из некоторого числа " n " параллельно функционирующих систем (ПС $_{k1}$, $k=1, 2, \dots, n$), каждая из которых функционирует во времени, и в процессе функционирования обменивается информацией с другими подсистемами через канал связи КС $_i$. Таким образом, МС представляется множеством параллельно функционирующих подсистем и множеством каналов связи между ними.

Если вычислительная система имеет классическую архитектуру, т.е. содержит один процессор, сосредоточенную память, один канал связи между ними и устройство управления, то отображение в неё МС, имеющую сложную структуру (рис. 2), потребует преобразования пространственно-распределенных процессов, протекающих параллельно в подсистемах ПС $_k$ МС, в последовательную процедуру переработки информации в вычислительной системе. Естественно, что процессы функционирования МС и соответствующей ей модели, реализованной в ЭВМ или устройстве с классической архитектурой, будут существенно отличаться. В результате МС

и её модель будут изоморфны только по входной и результирующей информации в целом, но не будут изоморфны по пространственным, структурным и временным параметрам. Такой метод моделирования (процедурный) обладает существенными недостатками, главный из которых – это резкое снижение скорости работы модели из-за последовательной процедуры выполнения большого числа вычислительных операций.

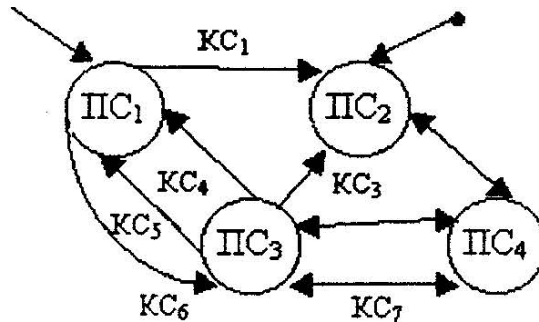


Рис. 2. Общая схема моделируемой системы.

Более естественным является структурный метод моделирования, который позволяет отобразить в модели не только операторы переработки информации, но и структуру МС, включая каналы связи между подсистемами. Для этого необходимо, чтобы вычислительная система была многопроцессорной, что позволяет моделировать пространственно-временную структуру объекта. Такой подход обеспечивает высокую скорость работы, как благодаря естественному распараллеливанию процесса переработки информации в многопроцессорной вычислительной системе, так и за счет структурной, а не процедурной реализации крупных операций в процессорах. Следовательно, легко обеспечивается работа подобной многопроцессорной системы в реальном масштабе времени.

Если на вход анализатора спектра Хаара подается N отсчетов x_i дискретного сигнала, то локальный процесс обработки включает в себя получение обобщенных промежуточных сумм Хаара в виде [6]:

$$X_i^{(n)} = \sum_{k=2i-1}^{2i} X_k^{(n-1)}, \quad (2)$$

где $n=1, 2, \dots, (\log_2 N - 1)$, $i=1, 2, \dots, \frac{N}{2^n}$, а $X_k^{(0)}$ являются исходными отсчетами входного сигнала.

Коэффициенты Хаара на выходе анализатора определяются через (2) в виде:

$$C_{mj} = \frac{1}{N} 2^{\frac{m-1}{2}} \left[X_k^{(\log_2 N-1)-m} - X_{k+1}^{(\log_2 N-1)-m} \right], \quad (3)$$

где $m=1, 2, \dots, \log_2 N$; $j=1, 2, \dots, 2^{m-1}$, а для выражения, стоящего в квадратных скобках $m=m-1$ и $k=2j-1$.

Коэффициент Хаара с минимальным индексом (свободный член) будет определяться как

$$C_{01} = \frac{1}{N} \left[X_k^{\log_2 N-1} + X_{k+1}^{\log_2 N-1} \right]. \quad (4)$$

Если $N=8$, то процесс отображения исходных отсчетов сигнала в пространство коэффициентов Хаара по выражениям (2-4) можно представить в виде следующей последовательности операций.

Первый шаг. Определяем по (2) промежуточные суммы Хаара.

$$n=1, i=1, 2, \dots, \frac{N}{2^1} = 1, 2, \dots, 4 \text{ и}$$

$$X_1^1 = X_1^0 + X_2^0; X_2^1 = X_3^0 + X_4^0; X_3^1 = X_5^0 + X_6^0; X_4^1 = X_7^0 + X_8^0$$

Второй шаг. $n=2, i=1, 2$.

$$X_1^2 = X_1^1 + X_2^1; X_2^2 = X_3^1 + X_4^1$$

Третий шаг. $m=1, j=1$.

$$C_{11}^{(2)} = [X_1^2 - X_2^2] = (X_1^1 + X_2^1) - (X_3^1 + X_4^1) = (X_1^0 + X_2^0 + X_3^0 + X_4^0) -$$

$$- (X_5^0 + X_6^0 + X_7^0 + X_8^0) = C_2$$

$m=2, j=1, 2$.

$$C_{21}^{(3)} = [X_1^1 - X_2^1] = [(X_1^0 + X_2^0) - (X_3^0 + X_4^0)] = C_3$$

$$C_{22} = [X_3^1 - X_4^1] = (X_5^0 + X_6^0) - (X_7^0 + X_8^0) = C_4$$

$m=3, j=1, 2, 3$.

$$C_{31} = [X_1^0 - X_2^0] = C_5; C_{32} = [X_3^0 - X_4^0] = C_6;$$

$$C_{33} = [X_5^0 - X_6^0] = C_7; C_{34} = [X_7^0 - X_8^0] = C_8$$

Таким образом, базовыми операциями архитектуры вычислителей спектра Хаара являются элементарные операции сложения и вычитания, а граф-схема получения коэффициентов отобразится в виде рис. 3.

Нетрудно заметить, что многопроцессорная вычислительная структура, реализующая граф-схему на рис. 3 является избыточной, т.к. процессоры образующих ярусов, а их здесь три, работают только на своем шаге

вычислений. Т.е. на втором шаге линейка процессоров первого яруса простаивает, а на третьем шаге простаивают уже процессоры первого и второго ярусов, что позволяет говорить об аппаратной избыточности таких структур быстрых преобразований Хаара.

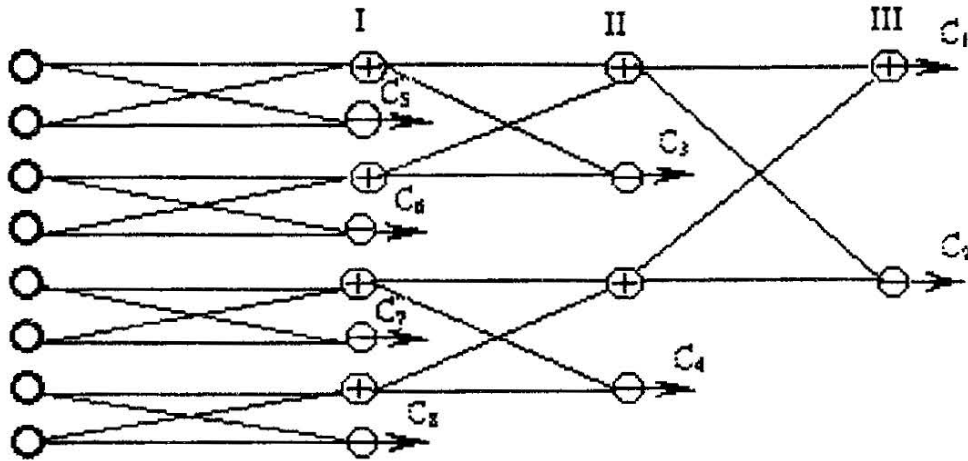


Рис. 3. Граф-схема получения коэффициентов Хаара при $N=8$.

При большом N структуры имеют достаточно высокую сложность, поэтому необходимо произвести их декомпозицию – выделить элементарные блоки, определить способы их соединения и логику параллельно-последовательной работы. На рис. 4 приводится базовая параллельно-последовательная схема, которая позволяет строить безизбыточные структуры быстрых преобразований Хаара при любом значении N размерности отсчетов входных сигналов простым наращиванием ее и соединением.

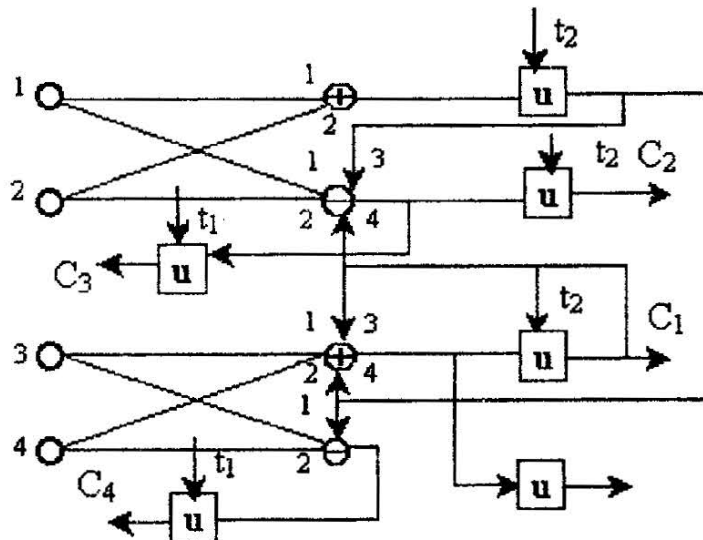


Рис. 4. Базовая схема безизбыточных структур Хаара

В таблице приведены коэффициенты Хаара для различных ярусов обработки в параллельных структурах.

Таблица

Коэффициенты	N	Ярусы (такты)			
		1	2	3	4
4		3, 4	1, 2		
8		5, 6, 7, 8	3, 4	1, 2	
16		9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16	5, 6, 7, 8	3, 4	1, 2

Основными характеристиками таких структур являются объем оборудования и время получения спектральных коэффициентов Хаара. Так, время получения коэффициентов в параллельном (T_1), последовательном (T_2) и параллельно-последовательном (безизбыточном) (T_3) процессорах будет соответственноравно: $T_1 = t \log_2 N$; $T_2 = (N-1)t$; $T_3 = t \log N$, где t - время выполнения базовой операции типа сложения-вычитания. Затраты на оборудование определяются соответственно в виде: $Q_1 = 2(N-1)\Sigma$; $Q_2 = 4\Sigma$; $Q_3 = N\Sigma$, где индекс Σ означает схему элементарного сумматора.

На рис. 5 приводятся графики зависимостей аппаратурных и временных затрат, а также коэффициентов $\alpha = \frac{Q_1}{Q_2}$ (выигрыш в аппаратуре) и

$\lambda = \frac{T_2}{T_1}$ (выигрыш по времени) от длины обрабатываемой реализации для соответствующих структур вычислителей спектра Хаара, где

$$\alpha_1 = \frac{Q_1}{Q_3}; \alpha_2 = \frac{Q_1}{Q_2}; \Gamma_{p.1} = \frac{Q_1}{\log N}; \Gamma_{p.2} = \frac{Q_3}{\log N}$$

Анализ приведенных графиков показывает, что выигрыш в аппаратуре безизбыточных структур (α_1) стремится к значению числа два, сохраняя при этом скорость вычислений параллельных структур (T_3). Графики этих параметров (α_2 и λ) для параллельных и последовательных структур имеют явно выраженный нелинейный характер. Причем рост аппаратных затрат параллельной структуры (α_2) существенно начинает опережать выигрыш по скорости вычислений (λ) уже при $N=4$.

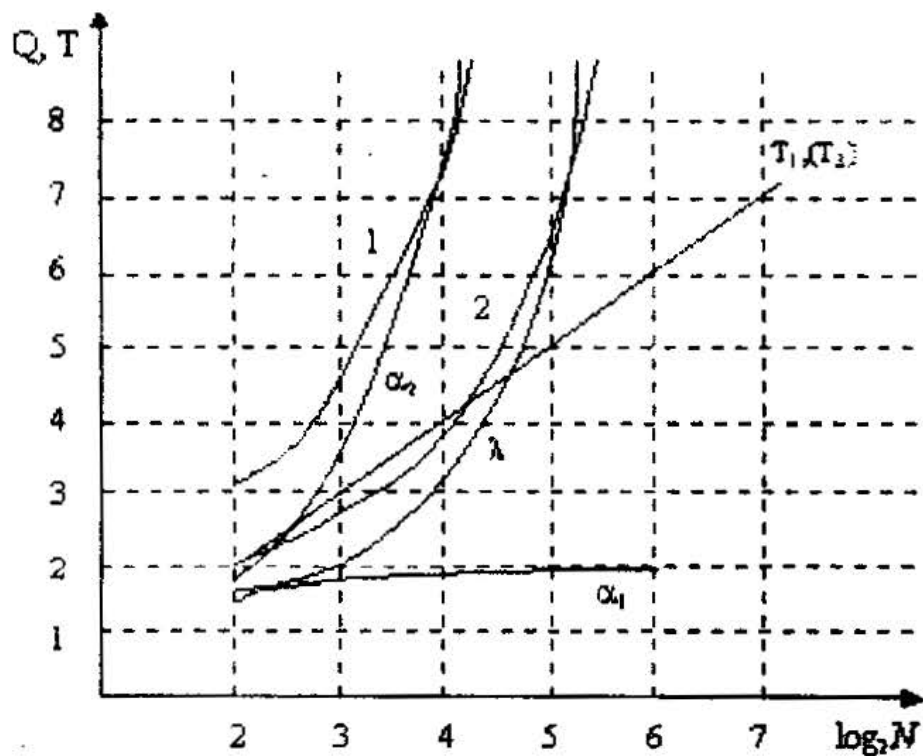


Рис. 5. Графики зависимостей аппаратных и временных затрат в структурах Хаара.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Таким образом, полученные результаты и предложенный подход структурного моделирования вычислителей спектра Хаара позволяют строить высокотехнологичные эффективные устройства, состоящие из небольшого числа однотипных процессоров с минимумом соединений между ними. Так как ортогональное преобразование Хаара является обратимым, то приведенные выше рассуждения остаются в силе и при выборе схем, реализующих алгоритмы быстрых обратных преобразований.

Список литературы: 1. Претт У. Цифровая обработка изображений: Пер. с англ. – М.: Мир, 1982. – кн 1. 2 : 2 Цифровая обработка сигналов и ее применение// Труды 3-ей Международной конференции, 29 ноября-1 декабря 2000 г., Москва, Россия. – 315 с.; 3. Вахполин Д., Ратушняк А., Смирнов М., Юкин В. Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2002. – 384 с.; 4. Иванов В.Г., Ломоносов Ю.В., Любарский М.Г. Применение вейвлет-анализа к сжатию звуковых сигналов// Збірник наукових праць Вісник Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут". – Харків: НТУ "ХПІ", 2003, № 7, т. 1 – 11 стор.; 5. Трахтман А.М. Введение в обобщенную спектральную теорию сигналов. – М.: Сов. радио, 1972. – 352 с.; 6. Иванов В.Г. Формальное описание дискретных преобразований Хаара // Проблемы управления и информатики. – 2003, - №5. – с.; 7. Аппаратурная реализация дискретного преобразования Фурье / Ю.И. Евтеев, Б.И. Куцев, В.В. Никулин и др. – М.: Энергия, 1978 – 128 с.; 8. Каляев А.О. Многопроцессорные системы с программируемой архитектурой – М.: Радио и связь, 1984. – 240 с.

Поступила в редколлегию 10.11.03