

В.Г. ИВАНОВ, канд. техн. наук, **Ю.В. ЛОМОНОСОВ**, канд. техн. наук
(г. Харьков)

СТРУКТУРЫ ПРОЦЕССОРОВ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЙ СИГНАЛОВ

Приводятся результаты побудови сімейства послідовних і рівнобіжних структур вейвлет-перетворень, а також якісні і кількісні порівняльні характеристики за обраними критеріями продуктивності, обсягу устаткування й ефективності процесорного поля.

Results of construction of the set of sequential and parallel structures wavelet-conversions, and also qualitative and quantitative comparative characteristics by selected criteria of productivity, size of the equipment and efficiency of a processor field are resulted.

Введение. Стремительное развитие систем мультимедиа и сети Internet обусловили актуальность исследований новых методов высококачественной компрессии сигналов различной физической природы, а также создания аппаратных платформ для них. Причем лидирующее место среди этих методов принадлежит алгоритмам с использованием вейвлет-преобразований. [1, 2, 3].

В этой связи весьма актуальной видится задача анализа и выбора совокупности перспективных характеристик и критериев, которым должны отвечать структуры и алгоритмы цифровых процессоров вейвлет-обработки сигналов, а также построение этих структур и алгоритмов. [4]

Постановка задачи. На практике методы обработки данных с использованием вейвлет-анализа опираются на быстрые алгоритмы, предложенные Малла. [5] В вычислительном аспекте эти алгоритмы сводятся к нахождению двух пар квадратурных зеркальных фильтров, требования к которым состоят в симметричности и максимальной гладкости.

При этом разлагающий и восстанавливающий фильтры определяются по формулам, приведенным ниже, а пара фильтров при $n=1$ и $m=2$, на рис. 1.

$$h_k = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \int_0^{\pi/2} \cos[\omega(2k - n)] * \cos^n \omega d\omega, \quad (1)$$

где $h_k \neq 0$ при $k=0, 1, \dots, n$

$$\tilde{h}_k = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \int_0^{\pi/2} \cos[\omega(2k - 4m + n)] * \cos^{2m-n} \omega * P_m(x) d\omega, \text{ где}$$

$$P_m(x) = \sum_{s=0}^{m-1} C_{m-1+s}^s x^s \text{ — многочлен Добеши,}$$

$$\tilde{h}_k \neq 0, \text{ при } k=1, 2, \dots, 4m-n-1.$$

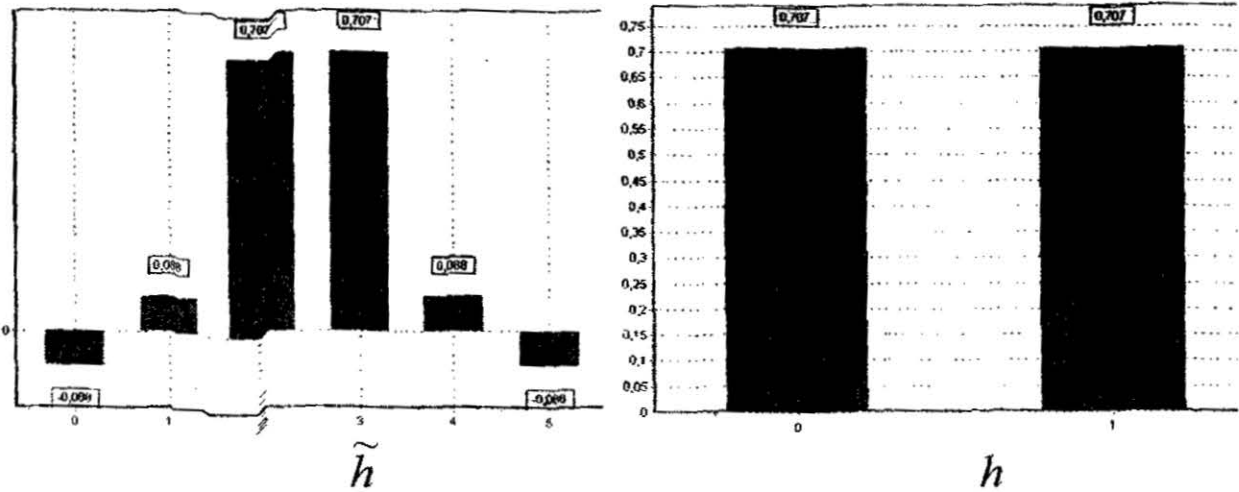


Рис. 1. Разлагающий и восстанавливающий фильтры.

Выражение для получения k -го вейвлет-коэффициента $W(k)$ с использованием восстанавливающих и разлагающих фильтров (1) можно записать следующим образом

$$W\tilde{h}(k) = \sum_{s=0}^l \tilde{h}(s) * X(2k+s); k \in [0; (N-1)/2]$$

$$W\tilde{g}(k) = \sum_{s=0}^p (-1)^s \tilde{g}(s) * X(2k+s+1); k \in [0; (N-1)/2], \text{ где } (2)$$

N — количество отсчетов обрабатываемого сигнала X , l — длина фильтра \tilde{h} , p — длина фильтра h ($\tilde{g}_s = (-1)^s h_s$).

Таким образом, на основе аналитического описания вейвлет-преобразований необходимо построить аппаратные реализации и провести их количественный и качественный анализ.

Решение задачи. Используя выражения для определения (вейвлет) W -коэффициентов (2), схему, реализующую “ветку” вычисления, можно представить таким образом (рис. 2).

В данной схеме ($N=8$) видно, что результаты вычислений первого яруса процессоров последовательно и локально передаются (“проталкиваются”) процессорам второго яруса и т.д., пока не будут получены значения всех W -коэффициентов, или процедура вейвлет-преобразования исходного сигнала не будет остановлена на каком-либо уровне разложения.

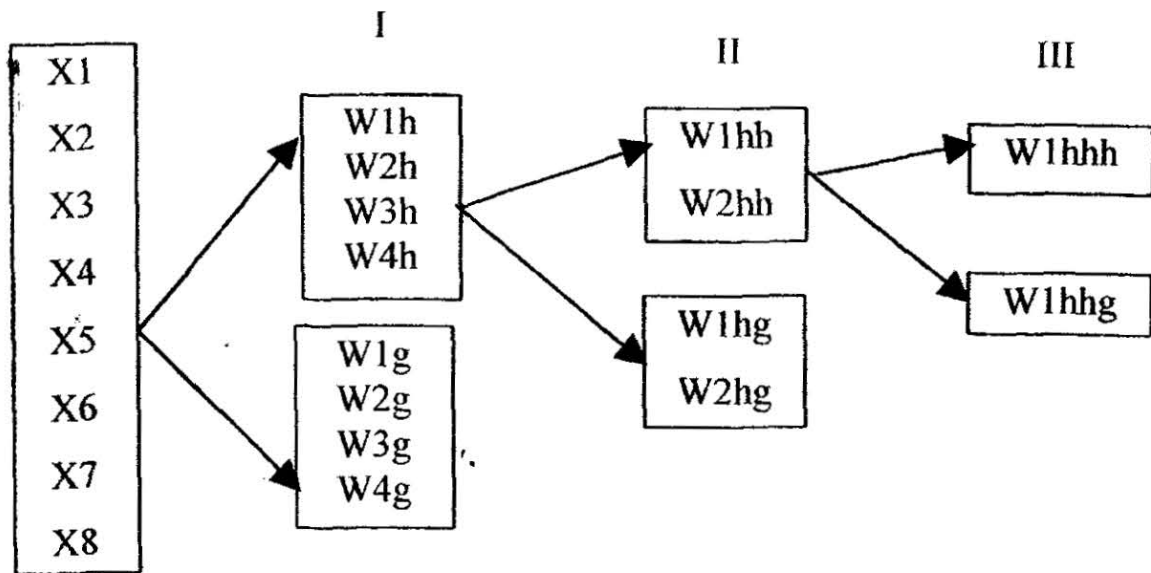


Рис. 2. Структурная схема вычисления вейлет-коэффициентов.

Для получения H и G коэффициентов (рис. 2) можно предложить следующие схемы процессоров (рис. 3.).

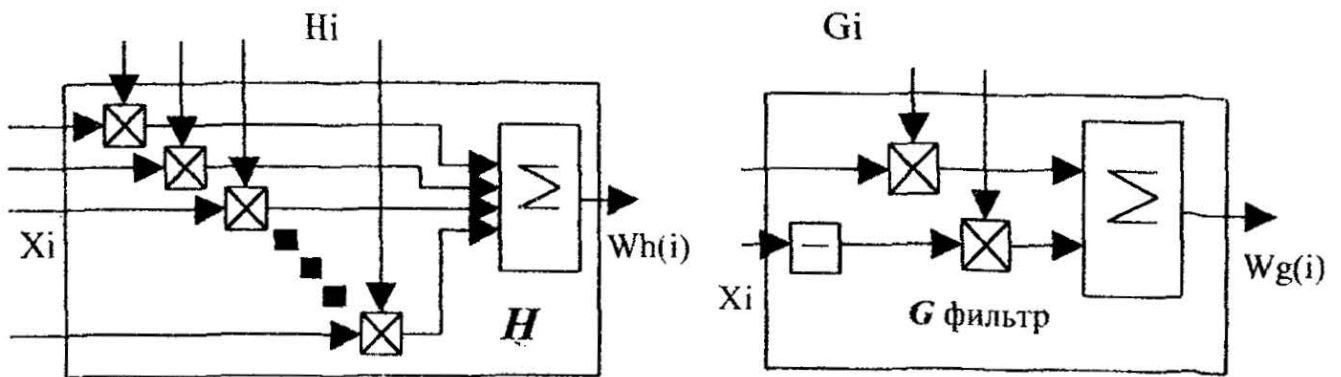


Рис. 3. Схемы H и G процессоров.

Количество оборудования таких процессоров определяется длительностью разлагающего и восстанавливающего фильтров (l и n). Это обусловлено процедурой свертки обрабатываемого сигнала с соответствующим фильтром при вычислении k -го вейлет-коэффициента (2).

Количество отсчетов разлагающего фильтра \tilde{h} (равное l) определяет количество умножителей процессора H, а количество отсчетов восстанавливающего фильтра G (равное n) соответственно процессора G. Кроме этого каждый из процессов содержит сумматор накапливающего типа. Таким образом, количество оборудования процессора H равно $(l+1)$, а процессора G - $(n+1)$ соответственно.

Введем следующие основные характеристики и показатели, которым должны отвечать проектируемые современные цифровые процессоры

обработки сигналов. Это: однородность, регулярность, локальность и рекурсивность (систолическая архитектура); производительность и объем оборудования, избыточность или эффективность процессорного поля; надежность и время проектирования.

Важными характеристиками параллельных структур вейвлет-преобразований для цифровой обработки сигналов являются производительность P и объем оборудования Q , которые определим соответственно как

$$P_{\text{пар.}} = 2(N-1) * (l+n+2) / 2 \log N; Q = 2(N-1) * (l+n+2) \quad (3)$$

Здесь P определяет условное время, за которое параллельная структура реализует вычисление $2(N-1) * (l+n+2)$ арифметических операций того или иного вейвлет-алгоритма, $2 * \log N$ – количество тактов выполнения всех операций, Q – количество процессорных элементов этой структуры.

Для сравнительной оценки множества вариантов архитектур цифровых процессоров целесообразно использовать оценку удельной производительности

$$V = \frac{P}{Q}, \quad (4)$$

где P и Q были определены выше. Удельную производительность " V " наряду с производительностью " P " можно использовать как важный критерий сравнения структур вейвлет-преобразований с параллельной, последовательной и условно-последовательной (последовательно-параллельной) архитектурой.

Наиболее информативной характеристикой параллельного алгоритма является ускорение (L), показывающее во сколько раз применение параллельного алгоритма уменьшает время исполнения задачи по сравнению с последовательным алгоритмом. Вместе с тем следует ввести и характеристику (A), которая показывает, во сколько раз оборудование параллельного процессора превышает объем оборудования последовательного:

$$L_{\text{п}} = \frac{T_{\text{пар.}}}{T_{\text{посл.}}} \text{ и } A = \frac{Q_{\text{пар.}}}{Q_{\text{посл.}}}, \quad (5)$$

где T – количество тактов для получения вейвлет-коэффициентов в последовательной и параллельной структуре.

Для определения избыточности вводится коэффициент загрузки оборудования " R ", который показывает отношение суммарного числа

работающих процессоров (M) к числу неработающих (M^*) при каждом такте решения задачи и в целом после ее завершения:

Для $N=32$ значения коэффициентов R , M и M^* приведены в таблице 1.

Таблица 1. $N=32$, $i=1, 2, 3, 4, 5$.

Такты	1	2	3	4	5	Сумма
M	32	16	8	4	2	62
M^*	30	46	54	58	60	248
R	1,06	0,34	0,14	0,06	0,03	0,25
R^*	0,516	0,25	0,12	0,06	0,03	1

R^* - определяет отношение числа работающих процессоров, на каждом этапе вычисления W -коэффициентов, к их общему числу, т. е. - Q .

Анализ таблицы 1 показывает очень низкий коэффициент загрузки оборудования в параллельных вейвлет-структурах. Избыточность структур связана с коэффициентом загрузки оборудования R обратной зависимостью, т.е., чем меньше R , тем больше избыточность.

Эти результаты дают основание говорить о необходимости построения базовых параллельно-последовательных структур, которые дают возможность синтезировать безизбыточные схемы быстрых вейвлет-преобразований при любом значении длины обрабатываемой реализации сигналов N путем наращивания таких структур их простым соединением.

На рис. 4 изображена последовательная структура вычисления вейвлет коэффициентов. Данная схема осуществляет вычисление W -коэффициентов с использованием фильтров (h и g) согласно выражениям (2) с последующим их хранением в соответствующих ОЗУ. Регистры сдвига (RG) обеспечивают хранение и синхронную выдачу обрабатываемых отсчетов на вход умножителя при воздействии управляющих сигналов с блока управления (Блок Упр.). Сами фильтры хранятся в банке фильтров и их отсчеты поступают на второй вход умножителя, так же под воздействием управляющих сигналов блока управления (Блок Упр.). Сумматор накапливающего типа аккумулирует результат работы умножителя и передает полученные W -коэффициенты в ОЗУ. Таким образом, последовательно вычисляются две группы W -коэффициентов (Wh и Wg), см. рис.2. Далее группа коэффициентов Wh через регистр сдвига поступает на вход схемы для вычисления следующего яруса (этапа) разложения, а группа коэффициентов Wg запоминается в ОЗУ.

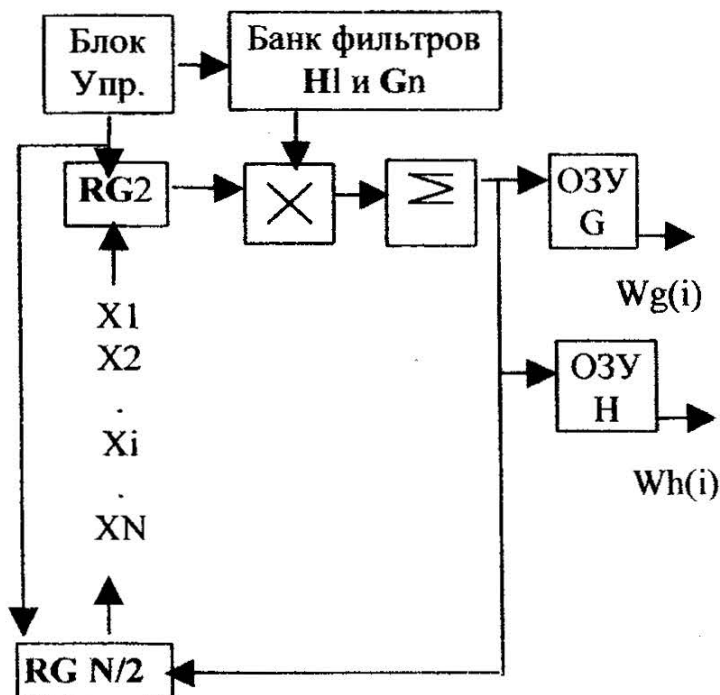


Рис.4. Последовательная структура вейвлет-преобразований.

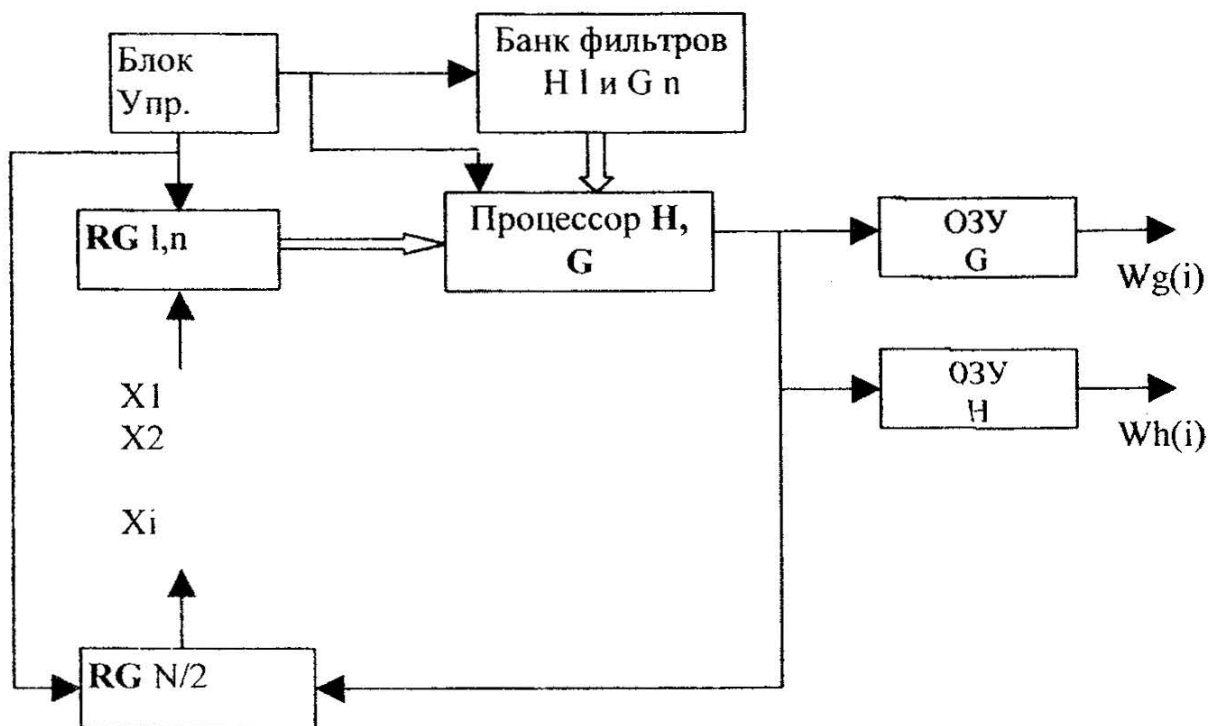


Рис. 5. Условно-последовательная структура процессоров W-преобразований.

Условно-последовательная структура представлена на рис. 5. Эта структура отличается от последовательной схемы тем, что вычисление k -го W -коэффициента происходит параллельно по всему набору отсчетов

разлагающего (H) или восстанавливающего (G) фильтра. Но при этом последовательно вычисляются сначала одна группа W-коэффициентов (W_h или W_g) с применением соответствующего фильтра (H или G), а потом другая. Далее аналогично последовательной структуре производится запись W-коэффициентов в соответствующие ОЗУ и вычисление W-коэффициентов следующего яруса разложения сигнала.

На рис. 6 представлена базовая двухпроцессорная структура построения избыточных вычислителей W-коэффициентов.

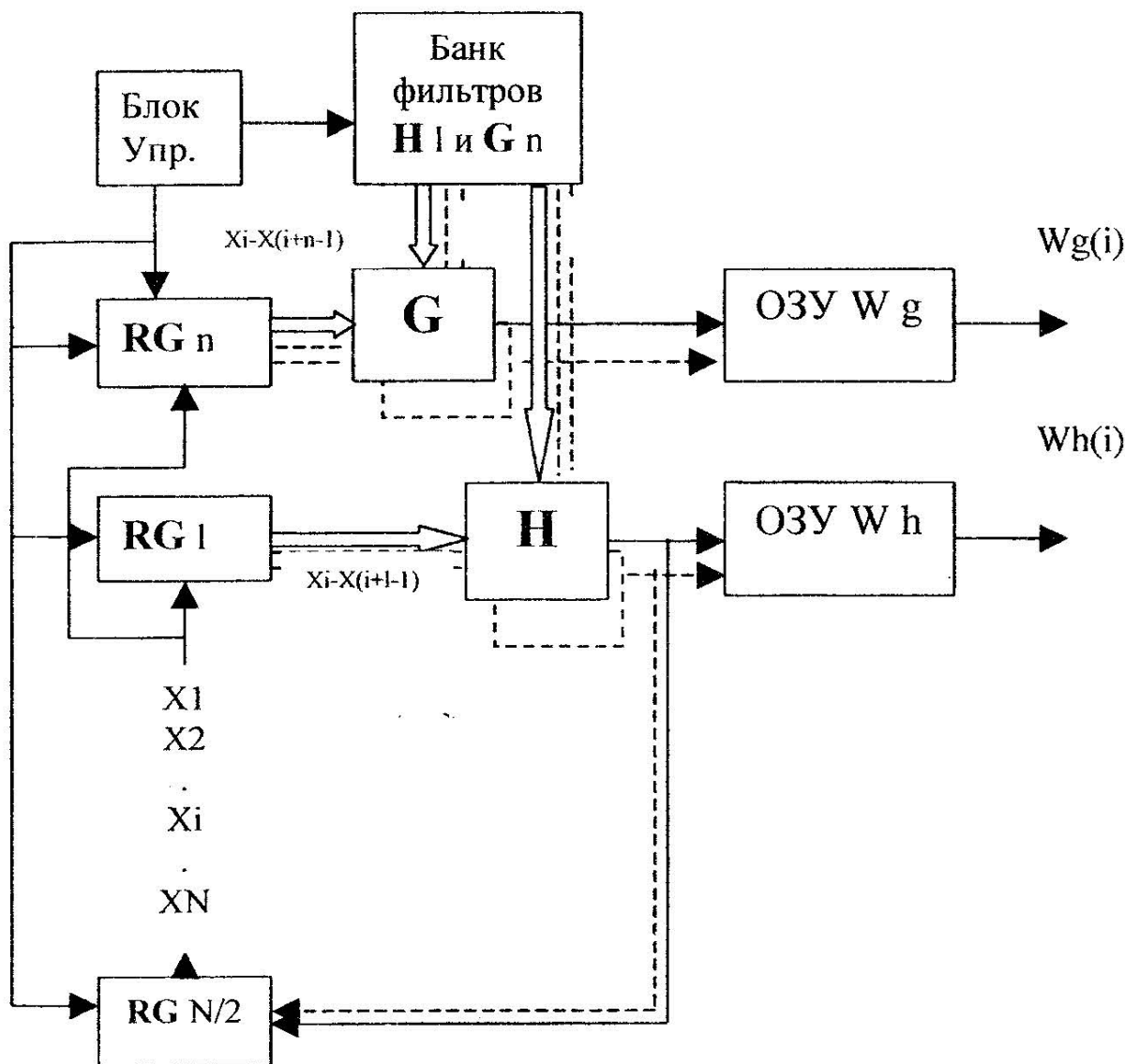


Рис.6. Базовая двухпроцессорная структура вычисления W-коэффициентов.

В данной схеме вычисление каждой группы W-коэффициентов (W_h и W_g) осуществляется независимо процессорами H и G соответственно, рис. 3. В случае наращивания данной схемы процессорами H и G можно перейти к четырехпроцессорной структуре, далее к восьмипроцессорной и т.д.

Проведем анализ эффективности предложенного подхода для двух, четырех и восьмипроцессорных структур, условно-последовательной и последовательной структуры в сравнении с параллельными структурами на основе выбранных характеристик и критериев.

Исходными данными для анализа будут: число арифметических операций $2(N-1)*(1+n+2)$, которое необходимо выполнить для получения W -коэффициентов, как в параллельной, так и в последовательной, условно-последовательной структурах; количество тактов T в параллельной и последовательной структуре для решения задачи получения коэффициентов; объем оборудования параллельной Q и последовательной, условно-последовательной структур, а также Q_2, Q_4, Q_8 , где Q_2 – двухпроцессорная, Q_4 – четырехпроцессорная и Q_8 – восьмипроцессорная структура.

Причем оборудование базового модуля (рис. 6) состоит из двух процессоров и двух блоков памяти ОЗУ Wh и ОЗУ Wg , которые работают на частоте процессоров, как это реализовано в современных персональных ЭВМ.

Полученные численные значения основных характеристик по выражениям (3), (4), (5) сведены в соответствующие таблицы 2, 3 и 4 и по этим значениям, , построены семейства графиков (рис. 7 и рис. 8), позволяющих судить об эффективности той или иной структуры.

Таблица 2.

Log N	2	3	4	5	6
A	4,3	9,8	20,8	42,8	86,8
A уп	2,6	6	12,8	26,3	52,6
A 2	2,2	4,9	10,4	21,4	43,4
A 4	1,3	2,9	6,2	12,7	25,7
A 8	0,7	1,6	3,4	7	14,2
L	6	9,3	15	24,8	42
L уп	4,5	7	11,3	18,6	31,5
L 2	2,3	3,5	5,6	9,3	15,7
L 4	1,1	1,7	2,8	4,6	7,8
L 8	0,5	0,8	1,4	2,3	3,9

Таблица 3.

Log N	2	3	4	5	6
P пар	15	23	37,5	62	105
P уп	3,5	4,1	4,7	5,3	6
P посл.	2	2	2	2	2
P 2	4	5,8	7,6	9,3	11
P 4	4,6	7,1	9,6	12	14,4
P 8	4,6	8	11,3	14,7	18

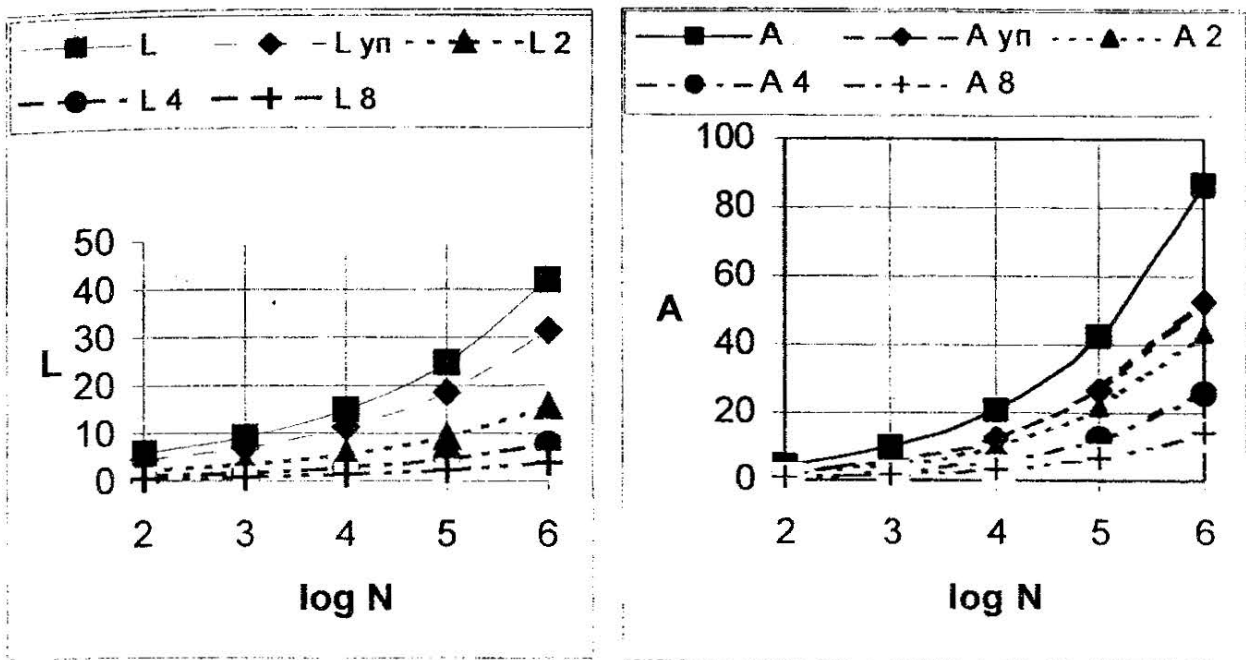


Рис. 7. Характеристики параллельных и последовательных структур.

Таблица 4.

Log N	2	3	4	5	6
V пар	0,42	0,29	0,22	0,18	0,15
V посл.	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
V уп	0,26	0,31	0,36	0,4	0,45
V 2	0,25	0,36	0,46	0,57	0,68
V 4	0,17	0,26	0,35	0,44	0,52
V 8	0,09	0,16	0,23	0,29	0,36

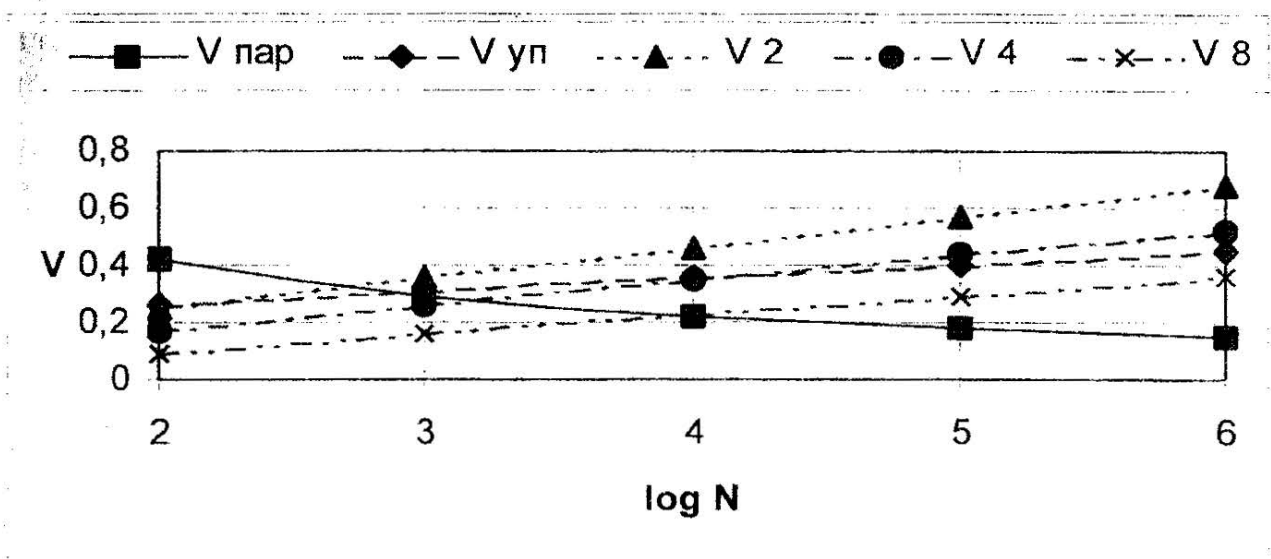


Рис. 8. Удельная производительность параллельных и последовательных структур.

Выводы. На графиках (рис. 7) видна динамика роста временных и аппаратных затрат всех последовательных структур относительно параллельной структуры (5), в зависимости от длительности входной выборки данных. По данным кривым можно оценить, когда затраты на оборудование параллельного процессора начинают опережать его выигрыш в скорости вычислений.

Оценка удельной производительности V (4) приведена на рис. 8. Поведение кривых наглядно иллюстрирует, что удельная производительность параллельной структуры ($V_{\text{пар}}$) с ростом длины обрабатываемой выборки падает. Это определяется высокой избыточностью и низким коэффициентом загрузки оборудования. Данное обстоятельство может быть использовано при выборе оптимальной длительности N выборок обрабатываемого сигнала или определения оптимального уровня “погружения” (выбор количества ярусов разложения сигнала) таким образом, чтобы обеспечить приемлемую степень загрузки процессоров параллельных структур. Удельная производительность всех квазипоследовательных структур ($V_{\text{уп}}, V_2, V_4, V_8$) с ростом N возрастает, кроме последовательной, удельная производительность, которой есть величина постоянная ($V_{\text{посл}}=0,25$) в силу того, что отношение количества операций к количеству тактов от длительности обрабатываемой выборки не зависит ($P_{\text{посл}}=\text{const}$), а количество оборудования $Q_{\text{посл}}$ также есть постоянным и не зависит от N .

Наибольшей крутизной удельной производительности обладает двухпроцессорная структура (V_2), это также объясняется высокой степенью загрузки оборудования данной структуры при возрастании входной выборки (N) и ее производительностью.

Полученные в работе результаты и выводы позволяют на практике строить различные архитектуры процессоров вейвлет-преобразований сигналов, ставя во главу угла их эффективность по тем или иным критериям. Данная методика построения и анализа структур вейвлет-процессоров может быть использована также для различных конфигураций разлагающих и восстанавливающих фильтров.

Список литературы: 1. А. Головных Цифровая среда обитания // СНІР. Компьютеры и коммуникации. – К., 2003. № 1. с. 68-70. 2. Букашкин С.А., Лисицын Г.Ф., Миронов В.Г. Применение цифровых процессоров обработки сигналов – магистральный путь развития современных средств телекоммуникаций // Труды 3-ей Международной конференции “Цифровая обработка сигналов и ее применение”. – М.: Инсвязьиздат, 2000. – 315 с. 3. С. Уэлстид. Фракталы и вейвлеты для сжатия изображений в действии. Учеб. пособ. – М.: Из-во Триумф, 2003. – 320 с. 4. Сверхбольшие интегральные схемы и современная обработка сигналов: Пер. с англ./ Под ред. С. Гуна, Х. Уайтхадса, Т. Кайлата. – М.: Радио и связь, 1989. – 472 с. 5. Иванов В.Г., Любарский М.Г., Ломоносов Ю.В. Применение вейвлет-анализа к сжатию звуковых сигналов // Вісник Національного технічного університету “ХПІ”: Збірка наукових праць. Тематичний випуск: Системний аналіз, управління та інформаційні технології. – Харків: НТУ «ХПІ». –2003.- № 7. т.1.

Поступила в редколлегию 22.04.04